广元市高2026届第二次高考适应性检测

数学参考答案及评分意见

第I卷（选择题共58分）

一、单选题：（每小题5分，共40分）

1.A；　2.D；　3.B；　4.C；　5.A；　6.B；　7.D；　8.A.

二、多选题：（每小题6分，共18分）

9.AC；　10.ACD；　11.ABD.

第II卷（非选择题共92分）

三、填空题：（每小题5分，共15分）

12.　$2\sqrt{2}$；　　13.　8.2；　　14.　$(0,e^{e+1})$.

四、解答题：（本大题共5小题，共77分）

15.（本小题满分13分）

解：（1）因为 $\sin(C-B)=\sin B+\sin A=\sin B+\sin(C+B)$，……1分

则 $\sin C\cos B-\cos C\sin B=\sin B+\sin C\cos B+\cos C\sin B$，……2分

可得 $2\cos C\sin B+\sin B=0$，……3分

因为 $B\in(0,\pi)$，则 $\sin B\neq 0$，可得 $2\cos C+1=0$，即 $\cos C=-\dfrac{1}{2}$，……5分

又因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\dfrac{2\pi}{3}$.……6分

（2）因为△ABC 的周长为9　AB=4

所以 $a+b=5$　①，……7分

由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$……9分

所以 $16=a^2+b^2-2ab\cos\dfrac{2\pi}{3}$，

$=a^2+b^2+ab$

$=(a+b)^2-ab$

$=25-ab$

所以 $ab=9$　②……12分

联立①　② $\begin{cases}a+b=5\\ab=9\end{cases}$

此方程组无解

所以不存在符合条件的三角形……13分

16.（本小题满分 15 分）

解：（1）由双曲线的性质有 $\tan\angle POF_2=\frac{b}{a},|OF_2|=c$，

所以 $|PF_2|=b,|OP|=a,$ ……………………………………2 分

$S_{\triangle POF_2}=\frac{1}{2}ab=1$，即 $ab=2$，……………………………………4 分

$\because b=\sqrt{2}$

可得 $a=\sqrt{2},c=2$，

所以双曲线 C 的方程为 $x^2-y^2=2$. ……………………………………6 分

（2）根据题意有直线 AB 的斜率显然不为 0，

设 $l:x=my-2$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

联立 $\begin{cases}x^2-y^2=2\\x=my-2\end{cases}$ 有 $(m^2-1)y^2-4my+2=0$，……………………………………7 分

所以 $\Delta=16m^2-8(m^2-1)=8(m^2+1)$，

由 $\begin{cases}\Delta>0\\m^2-1\neq 0\end{cases}$ 有 $m^2\neq 1$，……………………………………8 分

所以 $y_1+y_2=\frac{4m}{m^2-1},y_1y_2=\frac{2}{m^2-1}$,

所以 $|AB|=\sqrt{1+m^2}|y_1-y_2|=\sqrt{1+m^2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}$

$$=\sqrt{1+m^2}\sqrt{\left(\frac{4m}{m^2-1}\right)^2-\frac{8}{m^2-1}}=\frac{2\sqrt{2}(1+m^2)}{|m^2-1|}$$ ……………………………………10 分

F_2 到 AB 的距离 $d=\frac{4}{\sqrt{m^2+1}}$ ……………………………………12 分

$$S=\frac{1}{2}\frac{2\sqrt{2}\left(1+m^2\right)}{|m^2-1|}\frac{4}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{4\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}}{|m^2-1|}=\frac{4\sqrt{10}}{3}$$

$m^2=4$ 或 $m^2=-\frac{1}{5}$(舍)

解得 $m=\pm 2$ ……………………………………14 分

所以直线 l 的方程为 $x=\pm 2y-2$，即 $x-2y+2=0$ 或 $x+2y+2=0$. ……………………………………15 分

17.（本小题满分 15 分）

解：（1）证明：连接 BM,

由圆锥的性质有 $AM \perp PO$，……1 分

又因为线段 AB 为圆 O 的直径，

所以 $AM \perp BM$，……2 分

又因为 E，O 分别为线段 AM，AB 的中点，

所以 $OE // BM$，所以 $AM \perp OE$，

因为 $PO \cap OE = O$，

所以 $AM \perp$ 平面 POE.……4 分

（2）①取 PA 的中点 E，$Rt\Delta PAD$ 和 $Rt\Delta PAO$ 中，有 $EA = ED = EO = EP$，……5 分

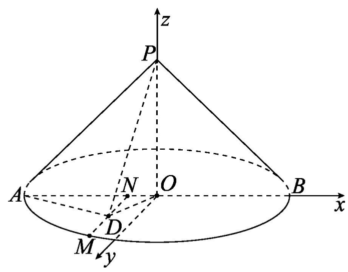
故三棱锥 $P-ADO$ 的外接球的球心为 E ……6 分

所有三棱锥 $P-ADO$ 的外接球半径为 $EO = \frac{1}{2}PA = \frac{1}{2}\sqrt{OP^2 + OA^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2}$.……7 分

故三棱锥 $P-ADO$ 的外接球的表面积 $S = 4\pi(\sqrt{2})^2 = 8\pi$ ……8 分

②以 OP 为 z 轴建立如图所示的空间直角坐标系，

设 $D(a,b,0)$，则 $M(a,2b,0)$，有 $\overrightarrow{AD} = (a+2,b,0), \overrightarrow{OD} = (a,b,0)$，……9 分



由 $AD \perp OD$，得 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{OD} = a^2 + a + b^2 = 0$，(i)

由 $|OM| = \sqrt{a^2 + (2b)^2} = 2$，得 $a^2 + 4b^2 = 4$，(ii)

由(i)(ii)得 $a = -\frac{2}{3}$ 或 $a = -2$（舍），$b^2 = \frac{8}{9}$

取 $b = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ……11 分

$\overrightarrow{PA} = (-2,0,-2), \overrightarrow{AD} = (\frac{4}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}, 0), \overrightarrow{PB} = (2,0,-2)$，设面 PAD 的法向量为 $\vec{i} = (x,y,z)$，

由 $\begin{cases} \overrightarrow{PA} \cdot \vec{i} = -2x - 2z = 0 \\ \overrightarrow{AD} \cdot \vec{i} = \frac{4}{3}x + \frac{2\sqrt{2}}{3}y = 0 \end{cases}$，取 $\vec{i} = (1, -\sqrt{2}, -1)$ ……13 分

故 $\cos < \overrightarrow{PB}, \vec{i} > = \frac{\overrightarrow{PB} \cdot \vec{i}}{|\overrightarrow{PB}||\vec{i}|} = \frac{2 \times 1 + (-2) \times (-1)}{\sqrt{2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ……14 分

故直线与平面所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……………………………………………………15 分

18.（本小题满分 17 分）

解：（1）每位教师每次抽取到偶数的概率为 $\frac{2}{5}$，抽取到奇数的概率为 $\frac{3}{5}$，

每位教师两次抽取到的数字奇偶性不同的概率 $P=C_2^1\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{25}$，

所以教师甲按方案①填写问卷的概率 $P=C_2^1\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{25}$.……………………………………3 分

（2）根据题意有 $X\sim B\left(2,\frac{12}{25}\right)$，

X 的可能取值为：$0,1,2$……………………………………………………………………4 分

所以 $P(X=0)=\frac{13}{25}\times\frac{13}{25}=\frac{169}{625}$，

$P(X=1)=C_2^1\frac{12}{25}\times\frac{13}{25}=\frac{312}{625}$，

$P(X=2)=\frac{12}{25}\times\frac{12}{25}=\frac{144}{625}$， ……………………………………………………7 分

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{169}{625}$	$\frac{312}{625}$	$\frac{144}{625}$

……………………………………………………………………………………………8 分

所以 X 的数学期望 $E(X)=0+\frac{312}{625}+2\times\frac{144}{625}=\frac{24}{25}$， …………………………………9 分

X 的方差 $D(X)=2\times\frac{12}{25}\times\frac{13}{25}=\frac{624}{625}$.……………………………………………………10 分

（注意：数学期望 $E(X)=2\times\frac{12}{25}=\frac{24}{25}$**，**

方差 $D(X)=\frac{169}{625}\times\left(0-\frac{24}{25}\right)^2+\frac{312}{625}\times\left(1-\frac{24}{25}\right)^2+\frac{144}{625}\times\left(2-\frac{24}{25}\right)^2=\frac{624}{625}$ **都给分.）**

（3）记事件 A 为"按方案①填写问卷"，事件 B 为"按方案②填写问卷"，事件 C 为"在问卷中填"Y".

由（1）知 $P(A)=\frac{12}{25},P(B)=1-P(A)=\frac{13}{25}$， ……………………………………………11 分

因为 $P(C)=\frac{32}{50}=\frac{16}{25}$， ……………………………………………………………12 分

由全概率公式 $P(C)=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)$，

则 $\frac{16}{25}=\frac{12}{25}\times\frac{1}{2}+\frac{13}{25}P(C|B)$，……………………………………………………………… 15 分

解得 $P(C|B)=\frac{10}{13}$，

所以根据调查问卷估计，高一年级50位教师对新评价标准的赞同比例为 $\frac{10}{13}$.……………… 17 分

19.（本小题满分 17 分）

解：（1）由 $f(x)=x\cos x$ 可得切点 $(\pi,-\pi)$，……………………………………………………… 1 分

因为 $f'(x)=\cos x-x\sin x$

所以 $k_{切}=f'(\pi)=-1$，…………………………………………………………………………… 2 分

所以切线方程为 $y+\pi=-(x-\pi)$，即 $y=-x$.………………………………………………………… 3 分

（2）在区间 $(0,\pi]$ 上，由 $f(x)\le\frac{4ax}{x^2+2}$ 恒成立，得 $4a\ge\left[(x^2+2)\cos x\right]_{\max}$，……………… 4 分

设 $h(x)=(x^2+2)\cos x$，当 $x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 时，$h(x)\leqslant 0$，故只需研究 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时的情形………… 5 分

$h'(x)=2x\cos x-(2+x^2)\sin x$，设 $s(x)=2x\cos x-(2+x^2)\sin x$，

在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上，$s'(x)=-4x\sin x-x^2\cos x<0$，

所以，$h'(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上递减，所以 $h'(x)<h'(0)=0$，……………………………………… 7 分

即 $h(x)=(x^2+2)\cos x$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上递减，所以 $h(x)<h(0)=2$，…………………………………8 分

所以 $4a\ge 2$，解得 $a\ge\frac{1}{2}$，故 a 的最小值为 $\frac{1}{2}$.……………………………………………………9 分

（3）由 $a_1=1$，$a_{n+1}=f(a_n)$，得 $a_{n+1}=a_n\cos a_n$ 即 $\cos a_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}$，

所以 $\prod_{k=1}^{n}\cos a_k=\frac{a_2}{a_1}\cdot\frac{a_3}{a_2}\cdot\frac{a_4}{a_3}\cdots\frac{a_{n+1}}{a_n}=a_{n+1}$，……………………………………………… 11 分

令 $g(x)=f(x)-x=x\cos x-x(0<x\le 1)$，

所以 $g'(x)=\cos x-x\sin x-1<0$ 恒成立，

所以 $g(x)$ 在 $(0,1]$ 上单调递减，

所以 $g(x)=f(x)-x<g(0)=0$，……………………………………………………………………12 分

所以当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)-x<0$，即 $f(x)<x$，

所以当 $a_1=1$，$0<a_2=f(a_1)<a_1=1$，

当 $0<a_n\le 1$ 时，有 $0<a_{n+1}<a_n\le 1$，……………………………………………………………… 13 分

又由（2）知当 $a=\dfrac{1}{2}$， $x\in(0,1]$时， $\cos x\le\dfrac{2}{x^2+2}$，所以 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\cos a_n\le\dfrac{2}{a_n^2+2}$

所以 $\dfrac{1}{a_{n+1}}\ge\dfrac{2+a_n^2}{2a_n}=\dfrac{1}{a_n}+\dfrac{a_n}{2}$，故 $a_n\le\dfrac{2}{a_{n+1}}-\dfrac{2}{a_n}$，…………………………………………………… 15 分

所以 $\sum\limits_{k=1}^{n}a_k\le(\dfrac{2}{a_2}-\dfrac{2}{a_1})+(\dfrac{2}{a_3}-\dfrac{2}{a_2})+(\dfrac{2}{a_4}-\dfrac{2}{a_3})+\cdots+(\dfrac{2}{a_{n+1}}-\dfrac{2}{a_n})=\dfrac{2}{a_{n+1}}-2$，……………………… 16 分

所以 $\sum\limits_{k=1}^{n}a_k\cdot\prod\limits_{k=1}^{n}\cos a_k\le2-2a_{n+1}$.…………………………………………………………………………………… 17 分