南充市高 2026 届高考适应性考试（二诊）

数学参考答案

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	C	A	B	B	D	A

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.

9	10	11
AC	ABD	ACD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. $1+\frac{m}{n}$　　13. $2\sqrt{6}$　　14. $\left[\frac{256}{605},\frac{16}{35}\right]$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.解:（1）$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公比为 2 的等比数列

$\therefore a_n=2^{n-1}$ ……………………………………2 分

又 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

$\therefore S_n=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$ ……………………………………3 分

$\therefore S_n+1=2^n=2^{T_n-n^2}$

$\therefore T_n=n^2+n$ ……………………………………4 分

当 $n=1$ 时，$b_1=2$ ……………………………………5 分

当 $n\geq 2$ 时，$b_n=T_n-T_{n-1}=2n$

综上，$b_n=2n$（$n\in N^*$） ……………………………………6 分

（2）证明：$\because \frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{2n\times 2(n+1)}=\frac{1}{4n\cdot(n+1)}=\frac{1}{4}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$ ……….9 分

$\therefore \frac{1}{b_1\cdot b_2}+\frac{1}{b_2\cdot b_3}+\cdots+\frac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$ ……….11 分

$\therefore \frac{1}{b_1\cdot b_2}+\frac{1}{b_2\cdot b_3}+\cdots+\frac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{n+1})<\frac{1}{4}$ ....13 分

16. 解:（1）补全列联表如下:

	甲组	乙组	合计
男生	16	34	50
女生	30	20	50
合计	46	54	100

....3 分

（2）设零假设H_0:学生喜欢文学类还是科普类与性别无关 ....4 分

由 $\chi^2=\frac{100(16\times 24-30\times 34)^2}{46\times 54\times 50\times 50}\approx 7.890>6.635=x_{0.01}$ ....6 分

根据小概率$\alpha=0.01$的独立性检验,推断H_0不成立.

即认为学生喜欢文学类还是科普类与性别有关..8 分

（3）由分层抽样知:选出的 5 人中甲组 3 人;乙组 2 人.随机变量 X 的取值为 1,2,3.

$P(X=1)=\frac{C_3^1C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$ ....9 分

$P(X=2)=\frac{C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ ....10 分

$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$ ....11 分

$\therefore$随机变量X的分布列为:

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

....13 分

所以随机变量X的期望$E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$ ....15 分

17.解:（1） $\because PD\perp$ 平面$ABCD, BC\subseteq$ 平面$ABCD$

$\therefore BC\perp PD$ ....1 分

$\because$四边形$ABCD$是矩形

$\therefore BC // AD, BC \perp CD$, 又$PD \cap CD = D$

$\therefore BC \perp$ 平面PCD ....2 分

又 $PC \subseteq$ 平面PCD

$\therefore BC \perp PC$ ....3 分

$\because BC // AD$

$\therefore$ 直线 AD 与 BP 所成的角为 $\angle PBC$

$\because \left| AD \times BP \right| = 10$

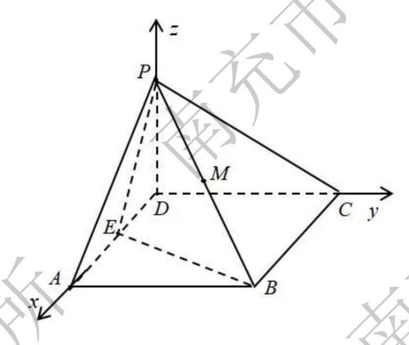
$\therefore \left| AD \right| \times \left| BP \right| \sin \angle PBC = 10$

$\therefore 2 \times \left| BP \right| \times \dfrac{\left| PC \right|}{\left| BP \right|} = 10$ ....4 分

$\therefore PC = 5$, 又$PD = 4$

$\therefore AB = CD = 3$，故 $m = 3$ ....5 分

（2）以 D 为坐标原点,分别以 DA, DC, DP所在直线为 x, y, z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.



由 $P(0,0,4), C(0,3,0), E(1,0,0), B(2,3,0)$

得 $\overrightarrow{PC} = (0,3,4), \overrightarrow{EP} = (-1,0,4), \overrightarrow{EB} = (1,3,0)$ ....6 分

设平面 PBE 的法向量为 $\vec{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$

由 $\begin{cases}\vec{n_1}\cdot\overrightarrow{EP}=0\\ \vec{n_1}\cdot\overrightarrow{EB}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-x_1+4z_1=0\\ x_1+3y_1=0\end{cases}$ ....8 分

令 $x_1=12$, 则 $y_1=-4, z_1=3$. 故 $\vec{n}_1=(12,-4,3)$ ....9 分

设直线 PC 与平面 PBE 所成角为 θ.

则 $\sin\theta=\left|\cos<\vec{n}_1,\overrightarrow{PC}>\right|=\dfrac{24}{65}$

故直线 PC 与平面 PBE 所成角的正弦值 $\dfrac{24}{65}$ ....10 分

（3）设 $E(\lambda,0,0)$，且 $0\le\lambda\le1$.

设 $\overrightarrow{PM}=\mu\overrightarrow{PB}$，则 $\overrightarrow{DM}=\mu\overrightarrow{DB}+(1-\mu)\overrightarrow{DP}$

$\therefore\ \overrightarrow{DM}=\mu(2,3,0)+(1-\mu)(0,0,4)=(2\mu,3\mu,4-4\mu)$ ....11 分

$\therefore\ \overrightarrow{EM}=\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{DE}=(2\mu-\lambda,3\mu,4-4\mu)$ ....12 分

设平面 PBC 的法向量为 $\vec{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$． $\overrightarrow{PC}=(0,3,-4)$，$\overrightarrow{CB}=(2,0,0)$.

由 $\begin{cases}\vec{n_2}\cdot\overrightarrow{PC}=0\\ \vec{n_2}\cdot\overrightarrow{CB}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}3y_2-4z_2=0\\ x_2=0\end{cases}$

不妨取 $y_2=4$，则 $x_2=0$，$z_2=3$. $\vec{n_2}=(0,4,3)$ ....13 分

根据向量外积定义，$\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{PB}$ 表示与 $\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{PB}$ 均垂直的向量

又 $AD//BC$，$\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{PB}=t\overrightarrow{EM}$，则 $\vec{n_2}//\overrightarrow{EM}$.

$\therefore\begin{cases}2\mu-\lambda=0\\ \dfrac{3\mu}{4}=\dfrac{4-4\mu}{3}\end{cases}$ $\quad\lambda=\dfrac{32}{25}$，$\mu=\dfrac{16}{25}$

$\overrightarrow{EM}=(0,\dfrac{48}{25},\dfrac{36}{25})$ ....14 分

$\because\ \overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{PB}=t\overrightarrow{EM}$，$\left|\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{PB}\right|=10$

$\therefore\left|\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{PB}\right|=\left|t\overrightarrow{EM}\right|\ \therefore|10|=\left|\dfrac{12}{5}t\right|$

$\therefore |t| = \frac{25}{6}$ ....15 分

18. 解：（1）$\because f(x)=\ln(x+1)-ax^2$， $\therefore f'(x)=\frac{1}{x+1}-2ax$ ....2 分

$\because f(0)=0$ ， $f'(0)=1$ ....3 分

$\therefore$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为：$x-y=0$ ....4 分

（2）$\because f'(x)=\frac{1}{x+1}-2ax=\frac{-2ax^2-2ax+1}{x+1}$， 又 $a>0$ ....5 分

$\therefore$ 当 $f'(x)>0$ 时，$x\in\left(-1,\frac{\sqrt{a^2+2a}-a}{2a}\right)$ ；

当 $f'(x)<0$ 时，$x\in\left(\frac{\sqrt{a^2+2a}-a}{2a},+\infty\right)$.

$\therefore f(x)$在$(-1,\frac{-a+\sqrt{a^2+2a}}{2a})$上单调递增,$(\frac{-a+\sqrt{a^2+2a}}{2a},+\infty)$上单调递减.

$\therefore x_0=\frac{\sqrt{a^2+2a}-a}{2a}>0$ ，又 $f(0)=0$ ....6 分

不妨设 $x_1<x_0<x_2$，则 $x_1=0$

先证 $f(x_0)<x_0$

只需证： $\ln(1+x_0)-ax_0^2<x_0$

$\because f'(x_0)=0$，则$\frac{1}{1+x_0}-2ax_0=0$

$\therefore ax_0^2=\frac{x_0}{2(1+x_0)}$ ....7 分

只需证：$\ln(1+x_0)-\frac{x_0}{2(1+x_0)}-x_0<0$ ....8 分

设 $t=(1+x_0)$，由 $x_0>0$，则 $t>1$.

只需证：$\ln t - t + \frac{1}{2t} + \frac{1}{2} < 0$

构造函数 $\varphi(t) = \ln t - t + \frac{1}{2t} + \frac{1}{2}, t > 1$.

$\because \varphi'(t) = \frac{1}{t} - 1 - \frac{1}{2t^2} = \frac{-2t^2 + 2t - 1}{2t^2} = \frac{-2(t-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2}}{2t^2} < 0$

$\therefore \varphi(t)$在$(1,+\infty)$上单调递减

$\because t > 1$

$\therefore \varphi(t) < \varphi(1) = 0$

故$f(x_0) < x_0$

再证 $x_0 < \frac{x_1 + x_2}{2}$ ....9 分

已知 $f(x_1) = f(x_2) = 0$，显然 $x_1 = 0 < x_2$.

要证：$x_0 < \frac{x_1 + x_2}{2}$

只需证：$2x_0 < x_2$，又$2x_0, x_2 \in (x_0, +\infty), y = f(x)$在$(x_0, +\infty)$上单调递减

只需证：$f(2x_0) > f(x_2) = 0$ ....10 分

只需证：$f(2x_0) = \ln(1+2x_0) - 4ax_0^2 = \ln(1+2x_0) - \frac{2x_0}{1+x_0} > 0$

设 $\mu = (1+2x_0)$，$x_0 > 0$，则 $\mu > 1$，$x_0 = \frac{\mu - 1}{2}$.

只需证：$\ln\mu - \frac{2(\mu-1)}{\mu+1} > 0$

构造函数$h(\mu) = \ln\mu - \frac{2(\mu-1)}{\mu+1}, \mu > 1$ ....11 分

$\because h'(\mu) = \frac{1}{\mu} - \frac{4}{(\mu+1)^2} = \frac{(\mu-1)^2}{\mu(\mu+1)^2} > 0$

$\therefore h(\mu)$在$(1,+\infty)$上单调递增 ....12 分

$\because \mu > 1$

$\therefore h(\mu) > h(1) = 0$

故$x_0 < \frac{x_1 + x_2}{2}$

综上：$f(x_0) < x_0 < \frac{x_1 + x_2}{2}$ 得证 ....13 分

（3）$\because x_0 < \frac{x_1 + x_2}{2}$

$\therefore |AC| < |BC|$ ....14 分

$\because |AC| = \sqrt{x_0^2 + f^2(x_0)} < \sqrt{x_0^2 + x_0^2} = \sqrt{2}x_0 < |2x_0| < |x_2| = |AB|$

$\therefore |AC| < |AB|$ ....15 分

$|AB|^2 - |CB|^2 = x_2^2 - \left[(x_2 - x_0)^2 + f^2(x_0)\right] = 2x_0x_2 - x_0^2 - f^2(x_0)$

$\because 0 < f(x_0) < x_0$

$\therefore |AB|^2 - |CB|^2 = 2x_0x_2 - x_0^2 - f^2(x_0) > 2x_0x_2 - 2x_0^2 = 2x_0(x_2 - x_0) > 0$ ....16 分

$\therefore |CB| < |AB|$

综上:$|CA| < |CB| < |AB|$，所以△ABC不可能为等腰三角形.......................................17 分

19.解:（1）由题意得:

$$\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a + b = 3 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$$ ....3 分

故椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ....4 分

（2）(i)设直线 AB 的斜率为 k_1 ,直线CD的斜率为 k_2 .则直线AB方程为: $y = k_1(x-1) + \frac{1}{2}$

设A, B 的坐标分别为$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$.

由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=k_1(x-1)+\dfrac{1}{2}\end{cases}$

得$x^2+4\left[k_1(x-1)+\dfrac{1}{2}\right]^2-4=0$ ……5 分

即$(1+4k_1^2)x^2+4k_1(1-2k_1)x+(2k_1-1)^2-4=0$ ……6 分

$\therefore\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2=-\dfrac{4k_1(1-2k_1)}{(1+4k_1^2)}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{(2k_1-1)^2-4}{(1+4k_1^2)}\end{cases}$ ……7 分

$\therefore|TA|\cdot|TB|=\sqrt{1+k_1^2}\,|x_1-1|\times\sqrt{1+k_1^2}\,|x_2-1|$ ……8 分

$\therefore|TA|\cdot|TB|=(1+k_1^2)|(x_1-1)\cdot(x_2-1)|=(1+k_1^2)|x_1x_2-(x_1+x_2)+1|=(1+k_1^2)\cdot\dfrac{2}{1+4k_1^2}$

同理$|TC|\cdot|TD|=(1+k_2^2)\cdot\dfrac{2}{1+4k_2^2}$ ……9 分

又$|TA|\cdot|TB|=|TC|\cdot|TD|$

$\therefore\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2(1+4k_1^2)}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2(1+4k_2^2)}$ ……10 分

$\therefore k_1^2=k_2^2$，又 $k_1\neq k_2$

$\therefore k_1+k_2=0$.

直线 l_1, l_2 的斜率和为 0……11 分

(ii)$|AB|=\sqrt{1+k_1^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k_1^2}\sqrt{(\dfrac{8k_1^2-4k_1}{1+4k_1^2})^2-4(\dfrac{4k_1^2-4k_1-3}{1+4k_1^2})}=\dfrac{2\sqrt{1+k_1^2}}{1+4k_1^2}\cdot\sqrt{12k_1^2+4k_1+3}$

同理可得$|CD|=\dfrac{2\sqrt{1+k_1^2}}{1+4k_1^2}\cdot\sqrt{12k_1^2-4k_1+3}$ ……12 分

不妨设直线 AB 的倾斜角为 $\theta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，记四边形 $ACBD$ 的面积为 S.

$$则\ S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|CD|\cdot\sin 2\theta=\frac{2(1+k_1^2)}{(1+4k_1^2)^2}\cdot\sqrt{(12k_1^2+4k_1+3)\cdot(12k_1^2-4k_1+3)}\times\frac{2k_1}{1+k_1^2}$$

$$S=\frac{4k_1}{(1+4k_1^2)^2}\cdot\sqrt{144k_1^4+56k_1^2+9}$$

$$S=\frac{4}{(\frac{1}{k_1}+4k_1)^2}\cdot\sqrt{9(16k_1^2+\frac{1}{k_1^2})+56}=\frac{4}{(16k_1^2+\frac{1}{k_1^2}+8)}\cdot\sqrt{9(16k_1^2+\frac{1}{k_1^2})+56}$$

$$S=\frac{4\times 9}{\left[9(16k_1^2+\frac{1}{k_1^2})+56\right]+16}\cdot\sqrt{9(16k_1^2+\frac{1}{k_1^2})+56}$$ ....13 分

令$\mu=\sqrt{9(16k_1^2+\dfrac{1}{k_1^2})+56}$, 则$\mu\geq\sqrt{9\times2\sqrt{16}+56}=8\sqrt{2}$. ....14 分

当且仅当$16k_1^2=\dfrac{1}{k_1^2}$,得$k_1^2=\dfrac{1}{4}$,即$k_1=\dfrac{1}{2}$取等号. ....15 分

$S=f(\mu)=\dfrac{36\mu}{\mu^2+16},\mu\geq 8\sqrt{2}.$

$f'(\mu)=\dfrac{36(16-\mu^2)}{(\mu^2+16)^2}.$

$\because \mu\geq 8\sqrt{2}$

$\therefore f'(\mu)<0$

$\therefore f(\mu)$在$\left[8\sqrt{2},+\infty\right)$上单调递减 ....16 分

$\because \mu\geq 8\sqrt{2}$

$\therefore f(\mu)\leq f(8\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

所以当 $\mu=8\sqrt{2}$ 时，S 取得最大值为 $2\sqrt{2}$ ....17 分